

Olimpiada de matematică – clasa a VIII-a  
etapa zonală – 11 februarie 2012

1. Să se arate că dacă  $a - 3b = -1$  și  $a \in [-1; 2]$ , atunci

$$\sqrt{a^2 + b^2 + 5 - 4a - 2b} + \sqrt{a^2 + b^2 + 1 + 2a} = \sqrt{10}$$

2. Să se determine numerele raționale  $a$  și  $b$  dacă

$$\frac{a}{\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}} + \frac{b}{\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}} = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$$

3. Să se arate că  $m = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$  este număr natural pătrat perfect

4. Fie  $ABCD$  un romb cu latura de 13 cm și  $m(\hat{A}) = 60^\circ$ . Pe o parte și pe alta a planului  $(ABC)$  se construiesc segmentele  $BB' = DD' = x$  cm perpendiculare pe plan. Fie  $O$  intersecția dreptelor  $AC$  și  $BD$ .

- Să se demonstreze că punctele  $B'$ ,  $O$ ,  $D'$  sunt coliniare.
- Determinați valoarea lui  $x$  astfel încât  $AB'CD'$  să fie pătrat

5. În piramida patrulateră regulată  $VABCD$  se dă înălțimea  $VO = 3\sqrt{2}$  cm și  $AB = 6$  cm. Să se calculeze :

- Tangenta unghiului format de dreptele  $VA$  și  $DC$
- Măsura unghiului format de dreapta  $VA$  și proiecția dreptei  $VA$  pe planul bazei
- Distanța de la punctul  $O$  la planul  $(VBC)$

Baricz Levente (1, 3, 5), Fazekas Emese (2, 4)